

分配律

1. $a(b+c) = ab+ac$	例 $54 \times 1.34 + 46 \times 1.34 = (54+46) \times 1.34$
2. $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$	例 $15\frac{1}{4} \times 4\frac{4}{5} = (15+\frac{1}{4})(5-\frac{1}{5}) = 75 + \frac{5}{4} - 3 - \frac{1}{20}$

分配律 – 單項乘以多項	學生練習
計算 $98 \times 1235 = ?$	利用分配律求下列各小題的答案： (1) $213 \times 102 = ?$ (2) $(-99) \times 1135 = ?$
分配律 – 單項乘以多項	學生練習
利用分配律計算 $56^2 + 56 \times 44 = ?$	利用分配律計算下列各小題的答案： (1) $213 \times 113 - 113^2 = ?$ (2) $57 \times 148 - 57^2 + 57 \times 9 = ?$
分配律 – 兩項乘以兩項	學生練習
計算 $16\frac{1}{2} \times 20\frac{3}{4} = ?$	利用分配律計算下列各式的值： (1) $12.2 \times 8.9 = ?$ (2) $198 \times 1002 = ?$
分配律 – 兩項乘以兩項	學生練習
利用分配律求 $2001 \times 2002 - 1999 \times 2004 = ?$	利用分配律求 $1993 \times 1994 - 1995 \times 1996 + 1997 \times 1998 - 1999 \times 2000 = ?$

完全平方公式

1. 和的平方公式： $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	例 $(11\frac{2}{11})^2 = (11 + \frac{2}{11})^2 = 11^2 + 2 \times 11 \times \frac{2}{11} + (\frac{2}{11})^2$
2. 差的平方公式： $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	例 $(9\frac{4}{5})^2 = (9 + \frac{4}{5})^2 = 9^2 + 2 \times 9 \times \frac{4}{5} + (\frac{4}{5})^2$

和的平方公式	學生練習
利用乘法公式計算 $(80\frac{1}{4})^2 = ?$	利用乘法公式求 $(50.5)^2 = ?$
和的平方公式	學生練習
利用乘法公式計算 $411^2 + 2 \times 411 \times 89 + 89^2 = ?$	利用乘法公式 $24^2 + 2 \times 76 \times 24 + 4 \times 38^2 = ?$
差的平方公式	學生練習
利用乘法公式計算 $(79\frac{3}{4})^2 = ?$	利用乘法公式計算 $49^2 + 100 = ?$
差的平方公式	學生練習
利用乘法公式計算 $4.58^2 - 9.16 \times 0.58 + 0.58^2 = ?$	利用乘法公式計算 $112^2 - 25 \times 112 + 12^2 = ?$

三項和的平方公式

利用和的平方公式展開 $(a+b+c)^2 = ?$

學生練習

利用和或差的平方公式展開 $(a-b+c)^2 = ?$

三項和的平方公式

求

$$38^2 + 33^2 + 29^2 + 2(38 \times 33 + 33 \times 29 + 38 \times 29) = ?$$

學生練習

$$\text{求 } 64^2 + 35^2 + 49^2 + 2 \times 64 \times 35$$

$$- 2 \times 64 \times 49 - 2 \times 35 \times 49 = ?$$

完全平方公式求值

若 $a+b=5, ab=2$ ，求 $a^2+b^2 = ?$

學生練習

若 $a-b=7, ab=1$ ，求 $a^2+b^2 = ?$

完全平方公式求值

若 $a+b=7, a^2+b^2=9$ ，求 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = ?$

學生練習

若 $(a-b)^2=6, (a+b)^2=14$ ，求 $a^2+b^2 = ?$

平方差公式

平方差公式： $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$	例 $14.3^2 - 4.3^2 = (14.3 + 4.3)(14.3 - 4.3)$
-------------------------------------	---

平方差公式

利用乘法公式計算 $4.58^2 - 0.58^2 = ?$

學生練習

利用乘法公式求 $112^2 - 12^2 = ?$

平方差公式

利用乘法公式計算 $(0.1 + 21)(21 - 0.1) = ?$

學生練習

利用乘法公式求 $321 \times 279 = ?$

平方差公式

若 $1999^2 - 2000^2 = 1333 \times a$ ，則 $a = ?$

學生練習

若 $(100^2 - 98^2)x = 198$ ，則 $x = ?$

平方差公式

在一個半徑為 **95** 公分的大圓，挖掉一個半徑為 **45** 公分的小圓，剩下的面積為多少平方公分? (圓周率用 π 表示)



學生練習

有一個正方形面具，邊長為 **27.6** 公分，中間有四個邊長為 **3.8** 公分的小正方形孔，請問面具的面積為多少平方公分?



連續平方差

若 $(5-1)(5+1)(5^2+1)(5^4+1) = 25^n - 1$ ，則 $n = ?$

學生練習

若 $a = 9 \times 11 \times (10^2 + 1)(10^4 + 1)$ ，則 a 為幾位數？

利用平方差公式比大小

已知 $a = 995 \times 997$ ， $b = 994 \times 998$ ， $c = 996^2$ ，則 a, b, c 的大小關係為何？

學生練習

已知 $x = 498 \times 498$ ， $y = 494 \times 502$ ， $z = 496 \times 500$ ，試比較 x, y, z 的大小。

綜合應用

求 $995 \times 997 \times \left(\frac{995}{997} - \frac{997}{995} \right) = ?$

學生練習

求 $(45^2 - 8^2) \times \left(\frac{37}{53} - \frac{53}{37} \right) = ?$

綜合應用

求 $\frac{153^2 - 147^2}{153^2 + 306 \times 147 + 147^2} = ?$

學生練習

求 $97 \times 99 + 4 \times 98 + 2^2 = ?$

實力練功坊

基礎

1. 下列等式中，哪一個是正確的？

(A) $3^2 - 2 \times 3 \times 7 + 7^2 = (3+7)^2$ (B) $\left(91\frac{1}{3}\right)^2 = 91^2 + 2 \times 91 \times \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$

(C) $(9-25)^2 = 9^2 - 25^2$ (D) $81^2 + 19^2 = (81+19)(81-19)$

2. 計算 298×302 之值，哪一個乘法公式計算比較適當？

(A) $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ (B) $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

(C) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ (D) $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

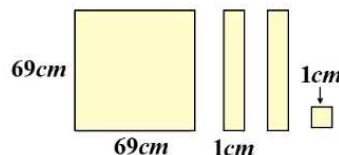
3. 若 $(300+1)^2 = n+1$ ，則 $n = ?$ (A) 300 (B) 90000 (C) 90600 (D) 90900

4. 若 $299^2 = m+1$ ，則 $m = ?$ (A) $(300-1)^2$ (B) $(299+1)^2$ (C) $(299-1)^2$ (D) $(299+1)(299-1)$

5. 若 $a = \left(49\frac{3}{4}\right)^2$ ，且 b 為 a 的小數部分，則 b 之值為何？

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{16}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{9}{16}$

6. 一個邊長為 69 cm 的正方形，另兩塊為長、寬分別為 69 cm 、 1 cm 的長方形，另一塊邊長為 1 cm 的正方形，則四塊面積和為多少平方公分？



(A) 4624 (B) 4990 (C) 4900 (D) 5041

7. 若 $105^2 = (100+5)^2 = 100^2 + x + 5^2$ ，則 x 之值為何？(A) 0 (B) 1 (C) 500 (D) 1000

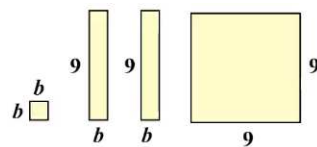
8. 若 $501^2 = 500^2 + a$ ，則 a 之值為何？(A) 1 (B) 500 (C) 501 (D) 1001

9. 下列哪一個數最接近 $\left(299\frac{3}{4}\right)^2$ ？(A) 90000 (B) 89999 (C) 89990 (D) 89900

10. 圖中的四塊板子組合在一起，可拼成下列何種圖形？

(A) 邊長為 $b+9$ 的正方形 (B) 邊長為 $2b+9$ 的正方形

(C) 長為 $b+9$ 、寬為 $b-9$ 的長方形 (D) 長為 $2b+5$ 、寬為 $2b-5$ 的長方形

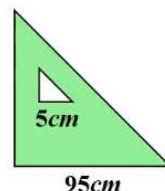


11. 計算下列各式的值：

(1) $131^2 - 31^2$ (2) $2003 \times 1997 - 2000^2$ (3) 1030×970 (4) 99.9^2

12. 若 $(4a - \square)^2 = 16a^2 - 24a + 9$ ，則 $\square = ?$

13. 圖中為兩個等腰直角三角形，則著色部分面積為多少平方公分？



14. 若 $a = 425$ ， $b = 575$ ，則 $a^2 + 2ab + b^2 = ?$

15. 計算 $3005 \times 2995 - 2005 \times 1995 = ?$

16. 計算 $3005 \times 3001 \times \left(\frac{3001}{3005} - \frac{3005}{3001}\right) = ?$

17. 若 $a+b=7$ ， $ab=12$ ，且 $a < b$ ，則 (1) $a^2 + b^2 = ?$ (2) $a - b = ?$

18. 若 $a-b=3$ ， $a^2+b^2=65$ ，則 $ab=?$
19. 若 $a \times b = 5$ ，求 $(a-b)^2 - (a+b)^2 = ?$
20. 若 $a^2 + b^2 = 13$ ， $(a-b)^2 = 1$ ，求 $(a+b)^2 = ?$
21. 大正方形邊長為 102 公分，小正方形邊長為 100 公分，則綠色部分面積為多少平方公分？
22. 計算下列各式的值？(1) $\frac{86^2 - 14^2}{86^2 - 86 \times 28 + 14^2}$ (2) $\frac{2000^2}{498^2 + 2 \times 498 \times 2 + 2^2}$
23. 若 $(x+4)^2 = x^2 + 40 + 16$ ，則 x 之值為何？

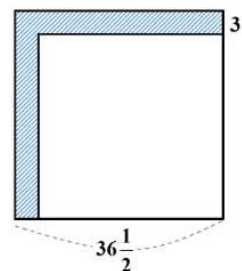
考題1

1. 計算 $\left(998\frac{13}{17}\right)^2 + \left(1\frac{4}{17}\right)^2 + 2 \times 1\frac{4}{17} \times 998\frac{13}{17} = \underline{\hspace{2cm}}$
2. 若 $201^2 = A + 2 \times 201 \times 1 - 1$ ，則 $A = ?$
 (A) $(201+1)^2$ (B) $(201-1)^2$ (C) $(201+1)(201-1)$ (D) $(200+1)(200-1)$
3. 已知 $964^2 = 1000^2 - 2 \times 1000 \times a + a^2$ ，且 a 為正整數，則 $a = ?$
 (A) 64 (B) 36 (C) 72 (D) 216
4. 展開 $(-a+b)(a-b)$ 其結果與下列何者相同？
 (A) $-(a-b)^2$ (B) $b^2 - a^2$ (C) $a^2 - b^2$ (D) $(a+b)^2$
5. 下列哪一式與 $(-b+a)^2$ 相等？(A) $(-b-a)^2$ (B) $(b+a)^2$ (C) $-(b-a)^2$ (D) $(b-a)^2$
6. $(-90-8)^2$ 和下列哪一個算式相等？
 (A) $-90^2 - 90 \times 8 + 8^2$ (B) $-90^2 - 2 \times (-8) + (-8)^2$
 (C) $(-90)^2 - 2 \times (-90) \times (-8) + (-8)^2$ (D) $(-90)^2 - 2 \times (-90) \times 8 + 8^2$
7. 計算 $999.8^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
8. 計算 $(118-76)^2 = ?$ (A) $118^2 - 76^2$ (B) $118^2 - 2 \times 118 \times 76 - 76^2$
 (C) $(118-76)(118+76)$ (D) $118^2 - 2 \times 118 \times 76 + 76^2$
9. 計算 $99^2 - 18 \times 99 + 9^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
10. 計算 $4 - 4 \times 1.99 + 1.99^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
11. $\left(99\frac{1}{2}\right)^2 = 100^2 + A$ ，則 $A = \underline{\hspace{2cm}}$
12. 若 $1999^2 - K = 1$ ，則 $K = ?$ (A) $(1+1999)(1-1999)$ (B) $(1999+1)(1999-1)$ (C) $(1999+1)^2$
 (D) $(1999-1)^2$
13. 若 $299^2 = K + 1$ ，則 K 與下列何者相等？(A) $(299+1)^2$ (B) $(299-1)^2$ (C) $(299+1)(299-1)$
 (D) $(299+1)^2(299-1)^2$
14. 若 $799^2 = A + 1$ ，則 $A = ?$ (A) $(799-1)^2$ (B) $(799+1)(799-1)$ (C) $799+1$ (D) 799
15. 若 $1999^2 - A = 1$ ，則 A 的值與下列何者的乘積相等？
 (A) 1998×1998 (B) 2000×1998 (C) 2000×1999 (D) 2000×2000
16. 若 $(299.5)^2 = 300^2 - a$ ，則 $a = ?$ (A) 0.25 (B) 299.25 (C) 299.75 (D) 300.25

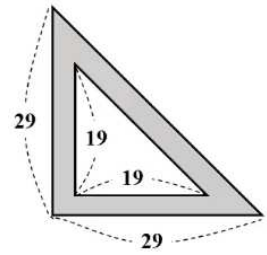
17. 若 $196^2 = 16 + M$ ，則 $M = ?$
 (A) $200^2 - 800$ (B) $(196 - 4)^2$ (C) $200^2 + 2 \times 200 \times 4$ (D) $(196 + 4)(196 - 4)$
18. 若 A 為整數，且滿足 $399^2 = -A + 1$ ，則 A 與下列何者相等?
 (A) $(-399 + 1)^2$ (B) $(399 - 1)^2$ (C) $(399 + 1)(1 - 399)$ (D) $(399 + 1)(399 - 1)$
19. 若 $2998^2 = 3000^2 + k + 2^2$ ，則 $k = ?$ (A) 6000 (B) -6000 (C) 12000 (D) -12000
20. 若 $\left(49\frac{1}{2}\right)^2 = 50^2 - S$ ，求 $S =$ _____
21. 計算 $23^2 - 77^2 =$ _____
22. 計算 $(4y)^2 - \frac{1}{9} = ?$ (A) $(4y + \frac{1}{9})(4y - \frac{1}{9})$ (B) $(4y + \frac{1}{3})(4y - \frac{1}{3})$ (C) $(2y + \frac{1}{9})(2y - \frac{1}{9})$ (D)
 $(2y + \frac{1}{3})(2y - \frac{1}{3})$
23. 計算 $40\frac{2}{5} \times 39\frac{3}{5} =$ _____
24. 計算 $50\frac{1}{3} \times 49\frac{2}{3} =$ _____

考題 2

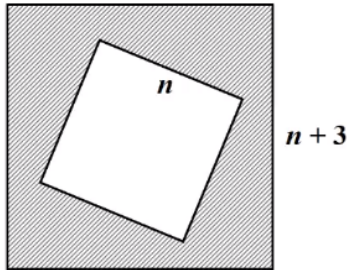
1. 計算 $199.3 \times 200.7 =$ _____
2. 小於 $\left(299\frac{4}{5}\right)^2$ 的最大整數是多少? (A) 89879 (B) 89880 (C) 89881 (D) 89882
3. 大於 $\left(99\frac{8}{9}\right)^2$ 的整數中，最小的是多少? (A) 10000 (B) 9979 (C) 9978 (D) 9977
4. 請寫出大於 $\left(99\frac{7}{8}\right)^2$ 的最小整數為 _____
5. 下列四個式子中，哪一個值最小? (A) $777^2 - 27^2$ (B) $842^2 - 38^2$ (C) $1001^2 - 599^2$ (D)
 $996^2 - 594^2$
6. 下列四個式子中，哪一個值最大? (A) $728^2 - 22^2$ (B) $839^2 - 31^2$ (C) $952^2 - 548^2$ (D)
 $957^2 - 553^2$
7. 計算 $19\frac{2}{3} \times 20\frac{1}{3} - 19\frac{1}{2} \times 20\frac{1}{2} =$ _____
8. 若 $39\frac{1}{5} \times 29\frac{4}{5} = k + \frac{4}{25}$ ，則 $k =$ _____
9. $3989 \times 4011 = 4000^2 + m$ ， $m =$ _____
10. $1997 \times 2003 = 2000^2 - m$ ， $m =$ _____
11. 王伯伯有一塊邊長為 $36\frac{1}{2}$ 公尺的正方形土地，他規劃在土地內開闢一條寬 3 公尺的 L 型健康步道(如圖)，求 L 型健康步道的面積是 _____ 平方公尺



12. 下圖是將兩個邊長分別為 **29** 公分和 **19** 公分的等腰直角三角形重疊後的圖形，試求出灰色部分的面積 = _____ 平方公分。



13. 如圖，兩正方形邊長分別為 n 公分與 $(n+3)$ 公分，若斜線部分面積為 **159** 平方公分，則兩正方形邊長和是 _____ 公分。



14. 已知 A 是一個邊長為 **599** 的正方形； B 是一個長 **609**、寬 **591** 的長方形，則 A 、 B 兩圖形的面積大小關係為何？(A) $A < B$ (B) $A = B$ (C) $A > B$ (D) 無法比較

15. 下列各式何者正確？

(A) $205^2 = 200^2 - 2 \times 200 \times 5 + 5^2$ (B) $97^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 7 + 7^2$
 (C) $201 \times 199 = (201 + 199)(201 - 199)$ (D) $241^2 - 259^2 = 500 \times (-18)$

16. 下列各式何者正確？

(A) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ (B) $(5-2)^2 = 5^2 - 2^2$ (C) $(6-4)^2 = 6^2 - 2 \times 6 \times 4 - 4^2$ (D)
 $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

17. 下列五個等式：

(1) $(13+6)^2 = 13^2 + 2 \times 13 \times 6 + 6^2$ (2) $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ (3) $(a-b)^2 = a^2 - b^2$
 (4) $(15-4)^2 = 15^2 - 2 \times 15 \times 4 - 4^2$ (5) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

正確的有幾個？(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

18. 有四位同學想要算 8.5^2 的值，他們的方法如下：

甲： $8.5^2 = (9-0.5)^2 = 9^2 - 2 \times 9 \times 0.5 - 0.5^2$ 乙： $8.5^2 = \left(\frac{17}{2}\right)^2 = \frac{17^2}{4^2}$

丙： $8.5^2 = 8^2 + 0.5^2$ 丁： $8.5^2 = (8+0.5)^2 = 8^2 + 2 \times 8 \times 0.5 + 0.5^2$

如果這四人接下來都沒有計算或其他方面的錯誤，那麼誰的答案是正確的？

(A) 甲 (B) 乙 (C) 丙 (D) 丁

19. 有四位同學想要算 19.5^2 的值，他們的方法如下：

甲： $19.5^2 = (19+0.5)^2 = 19^2 + 2 \times 19 \times 0.5 + 0.5^2$ 乙： $19.5^2 = \left(\frac{39}{2}\right)^2 = \frac{39^2}{2^2}$

丙： $19.5^2 = 19^2 + 0.5^2$ 丁： $19.5^2 = (20-0.5)^2 = 20^2 - 2 \times 20 \times 0.5 - 0.5^2$

如果這四人接下來都沒有計算或其他方面的錯誤，那麼有幾個人的答案是正確的？

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

20. 有三個同學想要算 6.5^2 的值，他們的方法如下：

甲： $6.5^2 = 7^2 - 0.5^2$ 乙： $6.5^2 = (6 + 0.5)^2 = 6^2 + 2 \times 6 \times 0.5 + 0.5^2$

丙： $6.5^2 - 0.5^2 + 0.5^2 = (6.5 + 0.5)(6.5 - 0.5) + 0.5^2$

如果這三人接下來都沒有計算或其他方面的錯誤，那麼誰的答案是正確的？

(A)甲和乙 (B)乙和丙 (C)甲和丙 (D)三人均正確

21. 計算 $-1998 \times 2002 + 1999^2 = ?$

(A) -4003 (B) -3996 (C) 4003 (D) -3995

22. 計算 $1913 \times 1908 - 1910^2 =$ _____

23. 計算 $2001 \times 2002 - 1999 \times 2004 =$ _____

24. 計算 $12963 \times 381 + 2963 \times 619 =$ _____