

多項式

n 次項的係數

>0 的整數

2 次項

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

常數項

例 $6x^3 - 3x^2 + 4x - 3$ 是一個 3 次多項式，常數項為 -3 ，1 次項的係數為 4

多項式判別

判斷下列各選項是否為多項式：

- (A) $2x^2 - x + 1$ (B) $\frac{2}{x^2 - 1}$ (C) $x^2 - 3|x|$
 (D) 2^{2x}

學生練習

下列哪一個選項為多項式？

- (A) $|x + 2|$ (B) $(-3)^x$ (C) $-y^2 + 2y - 1$
 (D) $\frac{2x - 1}{3x^2 + 2x - 1}$

項及係數

多項式 $\frac{x^3}{2} - \frac{3x}{4} + 1$ 中，

- (1) 共有幾項？(2) x 項的係數為何？
 (3) 常數項為何？

學生練習

多項式 $-y^2 + 2y - 1$ 中，

- (1) 共有 _____ 項 (2) y^2 項的係數為 _____
 (3) y 項的係數為 _____ (4) 常數項為 _____

多項式的次數

下列多項式的次數各為多少次？

- (1) $1 - 3x + 5x^2 - 7x^3$
 (2) -8

學生練習

多項式 $5x^2 - 3x^4 + 1$ 的次數為 _____ 次；其中 x^4 項的係數為 _____。

多項式的次數

若 $(a - 3)x^2 + (b - 2)x + (c + 5)$ 為 x 的一次多項式，且一次項係數為 3，常數項為 2，則 $a + b + c = ?$

學生練習

已知 $(a + 2)x^4 + (b - 4)x^3 + ax^2 - b$ 為 x 的二次多項式，則 $a + b = ?$

零次多項式

若 $(a-3)x^2 + (b-2)x + (c+5)$ 為 x 的零次多項式，寫出 a 、 b 、 c 的限制條線。

學生練習

若 x 的多項式 $(a+2)x^4 + (b-4)x^3 - b$ 為常數多項式，則 a 、 b 各為多少？

零多項式

設 $(a+1)x^2 + (b-2)x + (c-5)$ 為 x 的零多項式，求 $a+b+c=?$

學生練習

若 $ax^2 + (b-2)x + (c+3)$ 為 x 的零多項式，求 $a+b+c=?$

多項式的值

求 $x = -1$ 時，多項式 $-x^3 + 2x^2 - 3x - 1$ 的值為何？

學生練習

求 $y = -2$ 時，多項式 $-y^2 - y + 4 = ?$

已知值求係數

若 $p(x) = ax^2 + bx - 4$ 為 x 的多項式，且 $p(2) = 18$ 、 $p(-1) = -6$ ，求 $a+b=?$

學生練習

若 $p(x)$ 為 x 的一次多項式，且 $p(1) = 5$ ， $p(-1) = 9$ ，則此多項式的常數項為何？

多項式的加法與減法

去括號、同類項合併

例 $(6x^2 - 3x) + (x - 7) = 6x^2 - 3x + x - 7 = 6x^2 - 2x - 7$

例 $(6x^2 - 3x) - (x - 7) = 6x^2 - 3x - x + 7 = 6x^2 - 4x + 7$

多項式的排列

將多項式 $8x + 3x^2 - 6x^3 - 2$ 按下列方式排列：

(1)降冪排列：_____

(2)升冪排列：_____

學生練習

(1)將多項式 $4 - 2x^2 + 5x^3 - x$ 按升冪排列可寫為_____

(2)將多項式 $4x^2 - x - 3x^3 + 9$ 按降冪排列可寫為_____

同類項合併

將 $x^2 + 2 + 3x - 6x + 2x^2$ 合併同類項，並做降冪排列。

學生練習

將 $-3y^2 + 9 - 7y^2 - 5y + 8 + 6y$ 合併同類項，並做升冪排列。

多項式加法

計算 $(2 - 3x + 5x^2) + (7x^2 - 5x - 8)$

學生練習

計算 $3x^2 + 5x + 1$ 及 $x^2 - 4x + 8$ 之和。

多項式減法

計算 $(3x^2 - 2x + 1) - (-2x^2 + 3)$

學生練習

計算 $(2x^2 + x - 4) - (3x - 6x^3 + 6)$

直式運算及分離係數

利用直式計算 $(2 - 3x + 5x^2) + (4x^2 + 7)$

學生練習

利用直式計算 $(-7x^2 - 4) - (x - 6x^2 - 3)$

加減混合

計算 $(6x^3 - 2x + 1) - (2x^2 + x + 6) + (x^3 - 7x^2 - 4)$

學生練習

已知多項式 A 為 $5x^5 + 7x^3 - 9$ 與 $2x^2 + 5x - 4$ 之和，再減去 $7x^3 + 2x^2 - 13$ ，則：

(1) $A = ?$ (2) 當 $x = -1$ 時， A 的值為何？

多項式相等

設兩個 x 的多項式 $x^2 + ax + 3$ 與 $x^2 + 3x - b$ 相等，求 $a + b = ?$

學生練習

若兩個 x 的多項式 $ax^3 + bx^2 + cx + d$ 與 $-3x^3 + 5x$ 相等，求 $a + b + c + d = ?$

加減後相等

若 $(3x^2 - 2x + a) + (bx^2 + 2x + 4) = 5x^2 + cx - 3$ ，則 $a + b + c = ?$

學生練習

已知 $(ax^2 + 5x - 3) - (3x^2 + bx + c)$ 的結果為零多項式，請問 a 、 b 、 c 各為多少？

求多項式

多項式 $p(x)$ 與 $-x^2 - 4x - 5$ 的和為 $-3x^2 + 2x + 5$ ，則 $p(x) = ?$

學生練習

若 A 為多項式，且 $A - (-3x^2 + 2x - 5) = 6x^2 - 7x + 5$ ，求 $A = ?$

方程組求多項式

有 A 、 B 兩個多項式，已知 $A+B=x^2+1$ ，
 $A-B=2x^3-4$ ，則 A 、 B 各為何？

學生練習

設 A 、 B 分別代表兩個多項式，若

$$3A+2B=13x^2-2x+4 \text{ 且}$$

$$A-B=-4x^2-24x+3 \text{，則多項式 } A=?$$

看錯題目問題

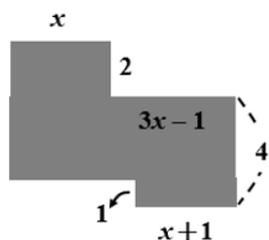
阿宇解一道題目，誤將 $A+B$ 看成 $A-B$ ，
結果得到 $-7x^2+3x+1$ ，已知
 $B=4x^2-5x+2$ ，則 $A+B$ 的正確答案為何？

學生練習

小雨解一道題目，誤將 $A-2B$ 看成
 $A+2B$ ，結果得到 $3x^2-x+5$ ，已知
 $A=x^2+3$ ，則 $A-2B$ 的正確答案為何？

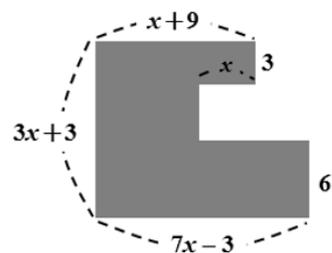
面積與周長

下圖中每個角度均為直角，利用 x 的多項式
表示灰色部分的面積與周長。



學生練習

右圖中每個角度均為直角，利用 x 的多項式
表示灰色部分的面積與周長。



實力練功坊

基礎

- 下列敘述何者正確?
(A) $-5x^2 + 5x^3 - x + 1$ 是 x 的二次多項式 (B) $x^2 - 3x + 8$ 是升冪排列
(C) 如果常數多項式為零時，我們稱為零多項式 (D) 多項式 $x^2 + 1$ 時，二次項係數為 0
- 多項式 $A = 7 + 2x + 7x^2 - x^3$ ，下列關於多項式 A 的敘述何者正確?
(A) $7x^2$ 和 7 是同類項 (B) 多項式 A 共有 3 項 (C) 多項式 A 的 x^3 項係數是 1 (D) 多項式 A 是升冪排列
- 有關多項式 $6x^3 + 9x^2 - 15$ 的敘述，下列何者錯誤?
(A) 是三次多項式 (B) 三次項的係數為 6 (C) 二次項係數為 9 (D) 常數項為 15
- 有關多項式 $ax^2 - bx + c$ 的敘述，下列何者錯誤?
(A) 若原式為零多項式，則 a 、 b 、 c 均為 0 (B) 若 $a \neq 0$ ，則原式是二次多項式 (C) 一次項的係數為 b (D) 各項係數總和是 $a - b + c$
- 下列哪一式為 x 的三次多項式? (A) $|x^3| + 2x - 1$ (B) $2x^2 + 1$ (C) $\frac{1}{x^3} + 4$ (D) $\frac{x^3}{4} + x - 2$
- 下列哪一式為 x 的多項式? (A) $\frac{x}{5} - 2$ (B) $x^2 + 2x - \frac{1}{x}$ (C) $6x^2 - 4x + 3 = 0$ (D) $-5x^2 + |x - 1|$
- 下列哪一式為 x 的多項式? (A) $\frac{1}{2004} - x$ (B) $y^2 - 7y + 3$ (C) $2x^2 - 3x = 0$ (D) $|x| - 1$
- 下列敘述何者正確? (A) 零多項式的次數是 0 (B) 多項式 -1 的次數是 0 (C) $\frac{x}{3} - 2$ 不是 x 的多項式 (D) $y^2 - 7y + 5 = 0$ 是 y 的二次多項式
- 多項式 $5x^2 - 4x - 3$ ，若此多項式的次數為 a ， x^2 項的係數為 b ， x 項的係數為 c ，常數項的係數為 d ，則 a 、 b 、 c 、 d 中何者最小? (A) a (B) b (C) c (D) d
- 若 $(a - 3)x^2 + (b + 4)x - (c + 5)$ 為 x 的零次多項式，則下列何者錯誤? (A) $a = 3$ (B) $b = -4$ (C) $c = -5$ (D) $c \neq -5$
- 若 a 、 b 為常數，且 $ax^2 + bx + c$ 為 x 的零次多項式，則下列敘述何者正確?
(A) $a \neq 0, b \neq 0$ (B) $a = 0, b = 0, c \neq 0$ (C) $a = 0, b = 0, c = 0$ (D) $a = 0, b \neq 0$
- 若 a 、 b 為常數，且 $ax^2 + bx + 7$ 為 x 的一次多項式，則下列敘述何者正確?
(A) $a \neq 0, b \neq 0$ (B) $a \neq 0, b = 0$ (C) $a = 0, b \neq 0$ (D) $a = 0, b = 0$
- 若 $(a - 3)x^3 + (b + 2)x^2 + (a + b - 7)x + 5$ 為 x 的一次多項式，求此多項式 x 項的係數為 _____
- 設 a 為常數，若 $(9 - a^2)x^3 - (2a - 6)x^2 + (a + 2)x - 1$ 是二次多項式，則 x 項係數應為多少?
(A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 5
- 設 $A = (a - 8)x^3 + (b + 3)x^2 + (a + b - 7)x + 6$ 為 x 的一次多項式，則 $A =$ _____ (以升冪排列表示)
- 若 $(a + 1)x^2 + (b - 4)x + ab$ 是一個一次多項式，且一次項係數為 -1 ，則此多項式的常數項

為何? (A) -3 (B) -4 (C) -5 (D) 0

17. 若 $2x^2 + ax^3 + 4x + bx^2 - 5x^3 + 7$ 為 x 的一次多項式，則 $a + b =$ _____
18. 若 $(a - 2)x^2 + (b + 1)x + 7$ 為常數多項式，則 $a + b =$ _____
19. 設 a 、 b 、 c 為常數，且 $(ax^2 - 4x + 1) - (bx + 3x^2 - c)$ 為零多項式，則 $a + b + c =$ _____
20. 若 $X = 2ax^2 - 7x + 3$ ， $Y = 6x^2 + (3b + 1)x + a$ ，且 $X + Y$ 為一常數多項式，則 $a + b = ?$
(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2
21. 若多項式 $(a - 6)x^3 + bx^2 + (2c + 3)x - (d - 3)$ 為零次多項式，則下列敘述何者錯誤?
(A) $a = 6$ (B) $bd = 0$ (C) $4c + a = 0$ (D) $d = 3$

考題

1. 若 $(a + 5)x^2 + (b^2 - 1)x - (3b^2 - a + 8)$ 是一個 x 的常數多項式，則下列何者錯誤?
(A) $a + 5 = 0$ (B) $b^2 = 1$ (C) 多項式是零次多項式 (D) 常數項為 0
2. 若 $A = -5x^2 + (a - 2)x - 2$ ， $B = bx^2 - 3x + (c - 4)$ ，且 $A = B$ ，則 $a + b - c =$ _____
3. 若 $5x - 2$ 加上某個多項式後，會等於 $8x^2 - 10x + 8$ ，請問加上的多項式為 _____
(請以升冪排列表示)
4. 若 A 、 B 為多項式，且 $A = 7x^2 + 2x - 3$ ，又 $A + B = 5x + 2x^2 + 6$ ，求 $B = ?$
(A) $-2x^2 + 9$ (B) $-5x^2 + 3x - 3$ (C) $-5x^2 + 3x + 9$ (D) $-2x^2 + 3x + 9$
5. 已知 A 為一個多項式，且 $A + (2x^3 + 9x^2 - 6) = 4x^3 - 7x^2 + 5x + 3$ ，則
 $A =$ _____ (以降冪排列表示)
6. 若 $x^3 + 4x^2 - 7x + 5$ 減去多項式 A 之後，再加上 $3x - 2$ ，最後結果為 $-x^2 + 7x - 2$ ，則多項式 A 為何?
(A) $x^3 - 5x^2 - 11x + 5$ (B) $x^3 + 5x^2 + 11x + 5$ (C) $x^3 + 5x^2 - 11x + 5$ (D) $x^3 + 5x^2 - 11x - 5$
7. 若單項式 $F = ax^m$ ，且單項式 F 加上 $2x^2 - 4x + 1$ 等於 $bx^n - 5x + c$ ，則下列何者正確?
(A) $a = -9$ (B) $b = 2$ (C) $c = -6$ (D) b 、 c 無法判斷
8. 若單項式 A 減去多項式 $-5x^3 - 6x^2 + 2$ 之後的結果是多項式 C ，已知多項式 C 的二次項係數是 -5 ，則下列何者正確?
(A) 多項式 C 共有 4 項 (B) 多項式 C 的常數項是 2 (C) 單項式 A 的最高次項係數是 -11
(D) 單項式 A 的次數是 3 次
9. 若單項式 A 與 $6x^2 - 4x + 1$ 相加後二次項係數是 2，則單項式 $A =$ _____
10. 若多項式 A 是一個單項式，且多項式 A 加上 $(-5x + 2)$ 後會形成一個零次多項式，則多項式 $A =$ _____
11. 若 A 、 B 為多項式，且 $A = -5x^2 - 2x + 4$ ， $B = 7 + x - 2x^2$ ，則 $A + B = ?$
(A) $-3x^2 - x + 11$ (B) $2x^2 - x + 2$ (C) $-7x^2 - x + 11$ (D) $-7x^2 + x + 11$
12. 化簡 $(4x^2 - 5x + 7) - (-3x^2 + x - 4)$ 之後，可得下列哪一個結果?
(A) $x^2 - 4x + 3$ (B) $x^2 - 6x + 11$ (C) $7x^2 - 4x + 3$ (D) $7x^2 - 6x + 11$
13. 化簡 $(5x^2 + 4x - 2) - (x + 3x^2 - 7) + (4x^2 - 3x + 5) =$ _____ (以升冪排列表示)

14. 設 $A = 3x^2 + 6x - 9$, $B = -3x^2 + 6x$, $C = -2x + 3$, 求 $A - B - C =$ _____ (以降
 冪排列表示)
15. 計算 $(5x^2 + 3 + 3x) + [(-2x^2 + 12) - (16 + 3x^2 - 4x^3)] =$ _____ (以降冪排列表
 示)
16. 計算 $-5x^2 - [(2x^2 - 3x + 1) - (x^2 - 4x + 5)] =$ _____ (以降冪排列表示)
17. 計算 $(3x^2 - 2x) - [(5x^2 + 6x + 1) - (4x^2 + 3)] =$ _____ (以降冪排列表示)
18. 計算 $(-3x^2 + 3x - 5) + (x^2 - 8x - 1) =$ _____ (以降冪排列表示)
19. 計算 $(3 + 2x^2 + 2x) + (-2 + x^2 + 3x) =$ _____ (以降冪排列表示)
20. 計算 $(5x - 4x^2 + 11) + (12x^2 + 3 - 6x) =$ _____ (以降冪排列表示)
21. 若 $A = -5y^2 + 8y$, $B = 9y - 2y^2 - 7$, 則 $A - B = ?$
 (A) $-3y^2 - y + 7$ (B) $3y^2 + y - 7$ (C) $-3y^2 - 2y + 7$ (D) $-3y^2 - y - 7$
22. 計算 $(2x^2 - 5x + 7 + 3x) + (8x + 6 - 4x^2) = ax^2 + bx + 13$, 則 $a + b = ?$
 (A) -4 (B) 5 (C) 4 (D) 17
23. 若 $-5y^2 + 4y - 14$ 減某多項式後 , 所得的差為 $-7y^2 - 25$, 則所減去的多項式為
 _____ (以降冪排列表示)
24. 若 A 、 B 皆為多項式 , $A = 13x^3 - 7x^2 - 16x + 9$, $B = x^2 + 2x + 1$, 求 $A + B$ 的係數總和
 =? (A) -5 (B) -3 (C) 0 (D) 3